LA MATHESIS Y LA MÁSCARA

Godofredo Iommi Amunátegui
Universidad Católica de Valparaíso

I

Años ha, Valéry y Marcel Schwob discurrían ante el retrato de Descartes pintado por F. Hals. Schwob lo encontraba parecido. ¿A quién? inquería Valéry. (Tel Quel II, coll. Idees, Gallimard, p. 43, 1971).

¿Es posible perfilar un semblante, palpando una presencia en los atisbos de un tal Mr. du Perron?

Ni el hombre ni el personaje poseían, por aquel entonces, su eco póstumo, como si la posteridad se hubiese encargado de poner las cosas en su sitio, de velar por la efigie velada dándole a los rasgos una nitidez inalterable.

Quisiera, por mi parte, volver a esa penumbra inicial por la cual transita Descartes a los veintidós años, en plena desidia —desidiosus meo more—. La desidia, al pie de la letra, designa el espacio interior donde reside la posibilidad de una obra. La hermosa palabra francesa "desoeuvrement" recoge algo de ella. Desidia intacta, por mucho que el joven Du Perron se dedique al estudio del dibujo, de la arquitectura militar o componga un compendio musical "inter ignorantiam militarem". Pienso, viene al caso hacer de la circunstancia, de los hechos, de los indicios dispersos —en lugar de vano inventario— una suerte de diosa lúcida y lúdica: Anécdota. En tal sentido atiéndase a ciertas cartas; una de ellas, curiosa, casi conmovedora —6 de noviembre de 1630— por medio de la cual Descartes precisa que no sólo se dedica al arte "de tirer les armes". Una luz oblicua presta así un perfil inesperado al autor de "La Geometrie": en alguna época de su vida hubiese deseado que ciertos amigos de París no pensaran sin más en un buen esgrimista del Poitou al pronunciar o recordar su nombre. Otra, dirigida a Waessenaer —1 de febrero 1640— escrita en parte en flamenco señala que Descartes no ignoraba del todo el idioma, cuando paseaba y pasaba desapercibido por los muelles de Amsterdam, entre los mercaderes, ajeno al entorno y sumido en sí.

U orientando el rumbo hacia el nervio de estas líneas, no puede dejarse de lado ese tratado perdido acerca de la Esgrima, del cual Baillet transcribe algunos párrafos. En ellas, la *mesure* aparece cual afluente o tenue resurgencia, aludiendo acaso a la Mathesis, bajo diversa vestidura. Adam y Tannery, por lo demás fechan este breve trabajo en los alrededores de 1628. Recuérdese, las Regulae fueron redactadas durante el invierno de ese mismo año.

Conviene, creo, a modo de preámbulo, transcribir una frase, cuyo alcance delimita, por dentro, el horizonte del pensamiento cartesiano:

Ut comoedi, moniti ne in fronte appareat pudor, personam induunt: sic ego, hoc mundi theatrum conscensurus, in quo hactemus spectator existiti, larvatus prodeo.

Tal como los comediantes llamados a escena, revisten un personaje, no sea que aparezca en su frente el pudor, así yo al subir al teatro del mundo del cual he sido hasta hoy espectador, avanzo enmascarado.

Tal vez todo este trabajo intente, a su manera, sostener —obra adentro— el sentido de estas palabras.

Nota: La edición consultada de las obras de Descartes es la de Ch. Adam y P. Tannery (Vrin, París).
En cuanto a las Regulae, la traducción francesa de J.L. Marion (M. Nijhoff, La Haya) y la traducción española de J.M. Navarro Cordón (Alianza Editorial, Madrid) han sido consideradas.

II
La ambigüedad de Mr. Du Perron

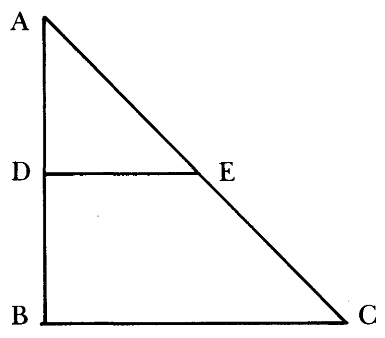
"Hace pocos días trabé casualmente amistad con un hombre muy ingenioso (ingeniossimi viri), quien me planteó la siguiente pregunta:

— Interrumpo el relato cartesiano: esta amistad, este vínculo, nace de una pregunta, de un problema preciso. Tal suele ser el caso de todo comercio intelectual; cuando ninguna cuestión orienta su sentido, el intecambio decae, se deshilacha. La historia de la colaboración Beeckman-Descartes ha sido contada y estudiada numerosas veces y desde diversos puntos de vista (por ej. el trabajo de K. Van Berkel, Archives de Philosophie T 46 N° 4 pp. 620-626, 1983). Quisiera detenerme en el detalle de su peripecia, pues, a contraluz muestra los rasgos de esa "Nueva Ciencia" (—La Filosofía Físico-Matemática—) y de soslayo aclara la Mathesis; —he aquí la pregunta:

"Una piedra —dijo— desciende de A a B en una hora; es perpetuamente atraída por la tierra con la misma fuerza y no pierde nada de la velocidad que le ha sido impresa por la atracción precedente. Ahora bien, lo que se mueve en el vacío, se mueve, —según él— eternamente. Se pregunta en cuánto tiempo atravesará un espacio dado".

Tal como lo señala A. Koyré —cuyo análisis de este tópico me parece fino y pertinente (pp. 97 a 127 en "Estudios Galileanos"; traducción M. González Ambou, ed. Siglo XXI, 1981; en esta sección me ciño a la traducción de Descartes que allí aparece) la estructura física del problema está ya claramente delineada en la pregunta de Beeckman. Sigamos a Descartes:

"Resolví el problema. En el triángulo isóseles rectángulo, ABC representa el espacio (movimiento); la desigualdad del espacio del punto A a la base BC, la desigualdad del movimiento. Por consiguiente AD será atravesado en el tiempo representado por ADE; DB en el tiempo representado por DEBC: donde hay que señalar que el espacio menor representa el movimiento más lento. Pero ADE es la tercera parte de DEBC: por consiguiente AD será atravesado tres veces más lentamente que DB".

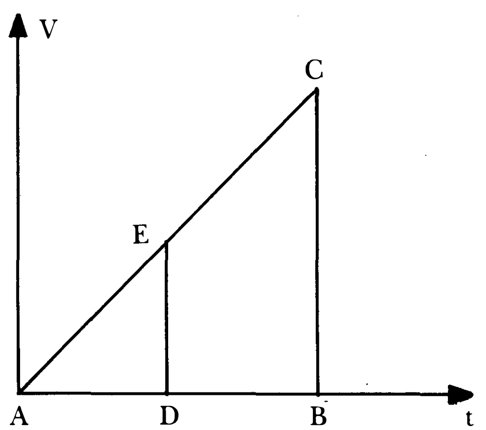


Koyré precisa: la respuesta de Descartes —la velocidad de caída es proporcional al espacio recorrido— es inexacta. Pero Beeckman cree interpretarla, al pie de la letra, al decir que "los espacios recorridos son proporcionales a los cuadrados de los tiempos". Koyré inquiere: "¿Cómo es que Beeckman no se dio cuenta del error cometido por Descartes y no reinvindicó para sí la gloria de la solución exacta?" y concluye "No hay duda de que jamás se podrá explicar cabalmente tal cosa" (p. 112, op. cit.). En las líneas siguientes, voy a sugerir una posible y parcial solución de tal dilema. Para hacerlo, intentaré entender a Descartes a través de lo que entendió Beeckman, es decir trataré de precisar la posibilidad del enunciado de Beeckman implícita en la solución cartesiana.

Volvamos al texto; nótese que:

1) Mr. Du Perron vacila entre spatium y motum. De hecho sitúa esta última palabra, entre paréntesis, junto a la primera. Existe, por tanto, una ambigüedad espacio-movimiento.
2) La "desigualdad del movimiento" —motus inequalitatem—, equivale a "variación de la velocidad" (según el propio Koyré).
3) La sinonimia movimiento-velocidad, implícita en el punto anterior sugiere la siguiente secuencia conceptual:
distancia AB = desigualdad del movimiento = variación de la velocidad = diferencia de las velocidades medidas en dos instantes.

En consecuencia, me parece posible considerar de nuevo el dibujo cartesiano, e introducir ciertas variaciones en las coordenadas y la orientación:



En tal caso, la velocidad es proporcional al tiempo transcurrido. Lo cual equivale al resultado propuesto por Beeckman. La raíz del equívoco reside en la ambigüedad del lenguaje cartesiano. Ambigüedad que no es mera carencia de claridad; acaso sea una peculiaridad de toda disciplina al ir desbrozando su propio dominio conceptual.

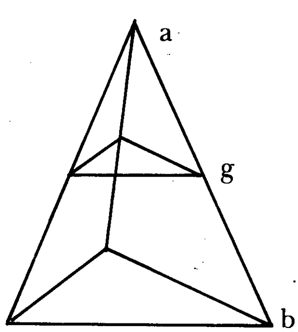
Koyré comenta "la geometrización..., la espacialización, la eliminación del tiempo... llevan a Descartes a concebir el movimiento uniformemente acelerado como un movimiento cuya velocidad se incrementa proporcionalmente al camino recorrido y no al tiempo transcurrido". Hemos visto que esta última conclusión no puede establecerse de este modo tajante, sin matices. Por otra parte, esa espacialización del tiempo no es una característica de Descartes. Bergson pensaba: todo lenguaje es de suyo espacial y el tiempo, al introducirse en el habla, si decir se puede, se convierte en espacio. Tal límite parece ínsito en la física misma. En el caso de Bergson esa imposibilidad de deslindar espacio y tiempo, en el lenguaje, acaso no haya sido ajena al intento suyo de aproximarse a la teoría de la relatividad, por una vía, no equivocada pero sí equívoca, me parece. (Séame permitido subrayar cuánta vacilación florece alrededor del príncipe de las ideas claras y distintas. Sin duda, a veces la figura esculpida por la tradición merece cierta insolencia).

Volvamos a Descartes quien añade a su solución: "Pero se podría también plantear este problema de otra forma: admitiendo que la fuerza atractiva de la tierra sea igual a la que fue en el primer momento, y que se produzca una nueva, mientras dura la precedente. En este caso, el problema se resolvería por la pirámide".

Estas líneas adjuntas, y a primera vista impertinentes —ya que Beeckman ni por mientes había insinuado este caso—, me parece, dan una de las claves de la Mathesis: los problemas sólo constituyen instancias particulares. La posibilidad de plantearlos —es decir: de su aparición en cuanto tales— reside en esa verdadera matriz del pensamiento. Por ello pueden resolverse mediante métodos análogos.

NOTA: Trataré de aclarar la frase cartesiana; "el problema se resolvería por la pirámide".

A) Para simplificar considérese un tetraedro: Sea V_1 el volumen del tetraedro de arista ag $= \ell$, y V_2 el volumen del tetraedro de arista ab $= 2$ ag $= 2\ell$



Se tiene: $$V_1 = k\ell^3 \qquad (1)$$

$$V_2 = k\,(2\ell)^3 = 8\,k\ell^3 \qquad (2)$$

donde $$k = \frac{\sqrt{2}}{12}$$

B) En una carta a Beeckman (A-T, tX p. 77) Descartes precisa el problema en los siguientes términos: Si la fuerza en *b* se crea a las 9h y la piedra que estaba en *a* llega a *b* a las 10h, ¿en cuánto tiempo recorrerá ag y en cuánto tiempo gb?

De (1) y (2): $V_2 - V_1 = 7\ V_1$

$\therefore$ ag es atravesado 7 veces más lentamente que gb. El tiempo necesario para que la piedra vaya de *a* a *b*, $t_{ab} = 1h$

Luego $\qquad 1h = t_{ag} + t_{gb}$, pero $t_{ag} = 7t_{gb}$

Entonces $\qquad 1h = 7t_{gb} + t_{gb} = 8t_{gb}$

$t_{gb} = \frac{1}{8}$ de hora y $t_{ag} = \frac{7}{8}$ de hora

(en su deducción Descartes utiliza la altura de la pirámide y no la arista tal como aquí se ha hecho. El argumento es el mismo, demás está decirlo).

III
Integumentum

"Y aunque debo hablar aquí muchas veces de figuras y números, puesto que de ninguna otra disciplina pueden tomarse ejemplos tan evidentes y ciertos, sin embargo quienquiera que reflexione atentamente sobre mi idea, fácilmente se dará cuenta de que en absoluto pienso aquí en la Matemática corriente, sino que expongo cierta disciplina distinta, de la cual aquellos son más bien envoltura que partes" (trad. Navarro Cordón, Regla IV, p. 82).

Figuras y números son envoltura —Integumentum— de cierta disciplina. Atiéndase a esta palabra "envoltura". Marion, en su traducción, opta por "habit", descartando, "Vêtement" y "revêtemente". Y en las notas adjuntas a su versión menciona a E. Jeauneau quien precisa: el integumentum sugiere la idea de un vestido bajo el cual se esconde una verdad de orden moral o filosófico. Así, el integumentum posibilita una exégesis alegórica de los textos; a su través, por transparencia aparece el sentido, velado y ofrecido a la vez. Entonces, números y figuras disimulan la Mathesis, sin hacerla invisible a ojos de quien sabe contemplar su sesgo: aquello que da certeza a las reglas de la aritmética y de la geometría.

"Y si he dicho envoltura, no es porque quiera cubrir esta doctrina y envolverla para mantener alejado al vulgo, sino más bien para vestirla y adornarla de modo que pueda ser lo más acomodable al espíritu humano" (trad. Navarro Cordón, Regla IV, p. 82).

Pregunto: ¿Y sí la relación esencial de la geometría analítica, figura-fórmula, conservara esa manera de ser del intengumentum? ¿y si entre lo discreto (aritmética) y lo continuo (geometría) se mantuviera intacto tal vínculo?

En esta segunda pregunta he avanzado un paso respecto de la primera: la materia misma del integumentum —números, figuras— en su intimidad, por decirlo de algún modo, es integumentum respecto a y de sí misma. Acaso, siempre al pensar a Descartes desde Descartes sea no sólo lícito sino necesario llevar las cosas al extremo donde adquieren su espesor, su ambigüedad sustancial.

Conviene entrar en el juego del Integumentum sin eludir usos y vertientes de la época: ese gusto apenas disimulado —valga el involuntario alcance verbal y conceptual— por el simulacro. Disfraz y Artificio provienen de una instancia anterior a la simple "ocultación" de un secreto: difieren en y mediante una forma el sentido propuesto y expuesto, para prolongar la contemplación de aquello que se muestra y así mostrar que el objeto de la mirada no difiere (—juguemos: nueva variante del sentido dentro del sentido—) de aquello que aparece a la mirada: el secreto está a la vista y acaso ese sea, justamente, el secreto.

NOTA: En su trabajo acerca de la raíz cúbica de $a + \sqrt{b}$, P. Costabel dice que Descartes al dispersar en cartas y fragmentos diversos su solución" ... a joué de l'arcane". Subrayo: ese uso tan acertado del verbo "jouer", da en el blanco, el juego y el juego del secreto se retraen, en cuanto tales, casi en un modismo.

IV
LARVATUS PRODEO

El primer fragmento de las Cogitationes privatae (A-T, tX, p. 213) —título atribuido sea a Leibniz, sea a Foucher de Careil, editor del texto— concluye mediante una frase sibilina: "larvatus prodeo" —avanzo enmascarado—. H. Gouhier en un libro preciso ("Les premières pensées de Descartes —contribution à l'historie de l'Anti-Renaissance", París, Vrin, 1958, p. 29) señala que el tema de la máscara surge justo cuando la lúcida amistad de Beeckman enciende el pensamiento de Descartes, alumbra la vía propicia. De cierto modo entonces su vida se desdobla. Quisiera, por mi parte, indicar otro rasgo peculiar de tal momento, recogido en la Cogitationes; me refiero a la curiosa concordancia de ese estado "enmascarado" y del aspecto que ofrecen las Ciencias "Larvatae nunc Scientiae Sunt" (A-T, tX, p. 215): las ciencias están enmascaradas. Tal vez un acorde profundo exista, deba existir, entre ambas situaciones, y la máscara cartesiana no sea sólo atuendo de actor en el teatro del mundo, sino suerte de giro espiritual, de torsión sobre sí para estar en el mismo pie, hablar el mismo idioma. Las frases siguientes —del fragmento de la p. 215— parecen sin embargo seguir otro desvío: las ciencias aparecerían en toda su belleza si se les sacara la máscara. Para quien la percibiera en su trasfondo, la concatenación de las ciencias no parecería más difícil de conservar in mente que la serie de los números.

A primera vista, la máscara debe en consecuencia sacarse, ser arrancada, pues esconde lo propio de las ciencias: su belleza, sus relaciones mutuas. Sigamos: estos vínculos de las ciencias entre sí están trabados siguiendo el modelo de la serie de los números, lo cual permite conservar su hilo en la mente.

Este argumento es crucial. Hemos visto que la aritmética es vestidura, máscara de la Mathesis. Y en este punto, luego de desenmascarar a las Ciencias, vuelve a vislumbrarse el integumentum, como si la máscara renaciera al desaparecer.

Aquí, es verdad, la serie numérica parece poseer una pura utilidad mnemónica. (Este cuidado por la memoria tiene en Descartes un doble aspecto: está sometida a la vicisitudes de la edad, puede irse perdiendo; por otra parte, bueno es liberarla de tareas metódicas y metodológicas para poder dedicar el espíritu a otras materias —ver el final de la Regla IV—).

Entonces ¿es la serie de los números apenas un aide-memoire? No. En la misma Regla, Descartes precisa que sólo figuras y números dan muestras de certeza y evidencia. De hecho, dan ejemplos —el ejemplo, diríase— en tal sentido. La palabra "ejemplo", me parece soporta el peso de la idea: figuras y números indican —certaine autre discipline— la cual comparece sólo a su través. Ejemplo e integumentum coinciden. Aritmética y geometría son, acaso, trama y urdimbre de ese integumentum. Cabe detenerse en un detalle de esa "autre discipline" contraponiendo las versiones de Marion (izquierda de la página) y de Navarro Cordón (derecha):

Car elle doit contenir les premieres essais de la raison humaine et S'etendre jusqu'à tirer des verités de n'importe quel sujet qu'on voudra.

Pues ésta debe contener los primeros rudimentos de la razón humana y desplegarse para hacer salir de sí verdades respecto de cualquier asunto.

En castellano, pareciera, las verdades *salen de la disciplina*, en francés las verdades *salen del asunto* al cual se aplica el método.

Esta ambigüedad, aquí ocasional, atraviesa las Regulae de lado a lado. Podría decirse que esta diversidad al traducir expresa —a ciegas— esta dificultad inherente, creo, al pensamiento cartesiano. Incluso cuando se expone, o parece hacerlo, a las claras: "...debe haber una cierta ciencia general que explique todo lo que pueda buscarse acerca del orden y la medida no adscrito a una materia especial y que es llamada, no con un nombre adoptado, sino ya antiguo y recibido por el uso, Mathesis Universalis,..." (trad. Navarro Cordón, Regla IV, p. 86). En la Regla X, afinando la mira señala "...era necesario buscar aquellas cosas con método el cual... no suele ser otro que la observación constante del orden, bien existente en el objeto mismo o bien producido sutilmente por el pensamiento" (trad. Navarro Cordón, Regla X, p. 110). Marion traduce: "Observation constante de l'ordre, soit qu'il existe dans la chose même soit qu'on l'ait subtilement forgé à force de pensée".

Por ello el orden —y la medida— permanecen en un dominio indeciso: o en las cosas o en el pensamiento, ni en las cosas ni en el pensamiento. Tal vez, orden —y medida— sean la posibilidad del paso, del tránsito entre la cosa y el pensar y viceversa. Chispa que salta entre dos piedras. En ningún caso, esquema impuesto a las cosas *por* el pensamiento, impronta mental sobre aquello que no lo es, ni tal vez, armonía descubierta en las cosas; insisto: esta tenue y sútil prudencia cartesiana es la clave del texto. No puede, me parece, aducirse, sin más, que la cosa se convierta en objeto de pensamiento en virtud del método, es decir mediante orden y medida a ella asignados por aquél. Pues así se privilegia una de las caras del asunto: ¿Cómo pensar, volver a pensar, el método, la Mathesis, eludiendo tal simplificación?

Lucidez cartesiana respecto a este nervio conceptual: "si queremos leer un texto *velado* por caracteres desconocidos, ningún orden sin duda aparece allí, pero imaginamos uno, sin embargo, no sólo para examinar todas las conjeturas que puedan darse sobre cada signo, palabra o frase, sino también para disponerlos de manera que conozcamos por enumeración lo que pueda deducirse de ellos" (Regla X, trad. Navarro Cordón).

Marion traduce "disimulado" (en lugar de "velado"; me inclino por la versión de Navarro Cordón).

Algunos comentarios:

1) "ningún orden sin duda aparece allí": el texto velado no ofrece a quien lo estudia la clave de su composición.
2) "pero imaginamos uno": cabe insistir en el término "imaginar".

Marion traduce por "nous en forgerons un" insistiendo sobre "forger". "Forjar" un orden, cierto es, señala una suerte de acción casi física;

"imaginar" es más acorde a "conjeturar". Así Navarro Cordón establece la coherencia de su versión.
En ambos casos está presente lo mismo: este orden nace de y en una elaboración del pensamiento.

3) "No sólo para examinar todas las conjeturas que pueden darse sobre cada signo, palabra o frase".
Prefiero "conjeturas" a "jugements qu'on peut faire par avance". Así "de antemano" —par avance— está contenido en la palabra elegida por el traductor español.

4) "Sino también para disponer de manera que conozcamos por enumeración lo que puede deducirse de ellos".
(denombrement ≡ enumeración).
Esta frase merece especial cuidado: expone la posibilidad de deducción a partir del orden imaginado. De cierto modo es imaginar sobre lo imaginado. Asienta así de soslayo la necesidad de la especulación acerca de la especulación: invención pura.

La profunda pasión por la jerarquía que suele aflorar al disponer a los pensadores según una perspectiva histórica, incita a desconocer los matices mismos del pensamiento. Así Paul Schrecker ("Leibniz and the Art of Inventing Algorisms", Journal of the History of ideas, 1947, vol. III, Nº 1, pp. 107-116) al decir: "y en tanto la ciencia universal de Descartes era, esencialmente, un método para demostrar conjuntos de teoremas deductivos, la ciencia universal de Leibniz era, además de ser un método de demostración, un método de invención...", omite una parte de la concepción cartesiana.

Aquí haré una conjetura anti-cartesiana en apariencia: el fundamento de la Mathesis es el problema por resolver.

Cada problema sugiere un camino propio y apropiado hacia su solución. Séame permitido un aparte: al hablar de *problemas* pareciera que el dominio, digamos, de la Mathesis, se restringiese a tópicos matemáticos —y en el pensamiento de Descartes está presente *otra disciplina*, fuente (source) de todos los otros posibles saberes, conocimientos, y no sólo de la Matemática común. Ateniéndome al argumento visible —no por ello menos íntimo— prolongaré esta disquisición en tales términos. Demos un paso hacia atrás: ¿Qué hace que un problema sea problema? La conjetura anterior pareciera afirmar la inexistencia de la Mathesis per se, e incluso dejar un cabo suelto: un problema para constituirse en cuanto tal requiere o de un punto de vista —condición mínima— o de un método, caso en el cual la conjetura es circular.

¿Y si este círculo conceptual fuese lo propio de la Mathesis?

Un salto de siglos: París, 1900, David Hilbert habla en el Congresc Internacional de Matemáticas. Su lección se titula "Problemas Matemáticos' (Bull. Am. Math. Soc. (2), Vol. 8, 1902, pp. 437-479, traducción al inglés dε Mary Winston Newson, "with the author's permission"). Quisiera entresacaı de este texto algunos párrafos cuya pertinencia salta a la vista —digamos: a la mirada, (pensando intuitus ≡ regard—).

a) "El profundo significado de ciertos problemas para el avance de la ciencia matemática en general y la importancia del papel que juega en el trabajo del investigador individual no pueden negarse".
b) "En tanto una rama de la ciencia ofrezca abundancia de problemas está viva... así la investigación matemática requiere de y a sus problemas. Es a través de la solución de problemas que el investigador templa su acero, encuentra nuevos métodos y nuevas perspectivas, gana un horizonte más amplio y más libre".
c) "Es difícil, y a menudo imposible, juzgar de antemano el valor de un problema... cabe preguntarse si existen criterios generales que denoten un buen problema matemático... *claridad y facilidad* de comprensión exigiría yo para que un problema matemático fuese perfecto...";
d) "...y me parece que las numerosas y sorprendentes analogías, y la aparente armonía preestablecida, que tan a menudo percibe el matemático en cuestiones, métodos e ideas de su ciencia, se originan en la *interacción* siempre recurrente entre *pensamiento* y *experiencia*",

(he traducido por "interacción" el vocablo más rico y preciso de Mary Winston: interplay).

Insistiré, (acaso en demasía: en tales asuntos no está demás leer entre líneas), sobre ciertas coincidencias.

En (c) Hilbert da, a modo de indicios del paradigma de un problema matemático perfecto, su claridad y su facilidad. La Regla II, concluye, a propósito de la Aritmética y de la Geometría: "son, por consiguiente, las más *fáciles* y transparentes de todas (las disciplinas)".

En (d) la acción recíproca entre pensamiento y experiencia —vinculada a fenómenos externos, dixit Hilbert—, aparece en tanto origen de la analogía y armonía de las cuestiones matemáticas. De algún modo esa reciprocidad alude a la pregunta ¿y si lo propio de la Mathesis fuese un tal círculo conceptual? La Matemática y el problema nacen juntos, ambos al unísono configuran un acorde indisoluble.

Entonces la Matemática —integumentum de la Mathesis— no lleva consigo, por designio interno, método alguno. Acaso, los problemas, en su novedad sean un campo abierto en el cual florecen algoritmos y métodos suscitados por tales incitaciones o nudos, verbigracia: problemas. He usado la expresión "campo abierto" pues deslindar un dominio, en este caso, tal vez implique considerarlo *desde fuera*, sin asir ni tomar en cuenta el espesor de la materia misma. ¿Es posible *pensar* la matemática sin *hacer* matemática?

Nota: Si pensarla fuese acotar su alcance parecería posible considerarla desde fuera. ¿Dónde está ese "fuera"? ¿en otro campo, desde el cual fuese pensable la matemática y en el cual residiría su fundamento? Pienso que tal giro sólo saca de quicio a la matemática. (Suponiendo que ese otro campo existiese, cabe disipar un equívoco probable: no se trataría de Metamatemática. La Metamatemática *es* Matemática).

NOTA
La regla IV

Conviene contemplar de soslayo tales páginas dedicadas a la veta más profunda, me parece, del pensamiento de Descartes. El carácter marginal de este intento es, por ende, paradójico; sin embargo lo lateral es rasgo distintivo de estas notas sin que por ello, en cuanto materia, lo literal pierda primacía.

A) Esta Regla está escindida en dos partes: 1 (p. 78 a línea 30, p. 82; traducción de Navarro Cordón) y 2 (línea 31, pp. 82 a 87; ídem) redactadas en fechas diversas. Entre ellas existe una diferencia terminológica crucial: en 1 se habla de Methodus, en 2 de Mathesis. Esta suerte de duplicidad conceptual y cronológica sitúa al lector ante cierta dificultad o mejor, ante una dificultad cierta. La parte 2 escrita en octubre-noviembre de 1619, precede en el tiempo a la parte 1, y en el texto, tal como aparece, viene después. Lo cual ha llevado a ciertos comentarios a pensar que la Mathesis era esbozo apenas del Methodus. Me parece posible coincidir con Roberto Perini ("Mathesis Universalis e Metafisica nel Metodo Cartesiano, Giornale di Metafisica. Vol. 28: 2-3, pp. 159-207, 1973) quien concluye:

a) La Regla posee una unidad substancial, verbigracia: Methodus $\equiv$ Mathesis Universalis $\equiv$ extensión a todos los conocimientos del modelo matemático.
b) La Mathesis es, *en cierto sentido*, metamatemática, no porque trascienda los límites del orden y de la medida, sino al ir más allá del campo de aquellas ciencias constitutivas del saber matemático. Lo cual implica

una novedad: la búsqueda del orden y de la medida excede a su dominio tradicional.

c) Se desprende la posibilidad de descubrir lo matemático en aquello que no era, que no es, considerado tal y acaso, en filigrama un horizonte: matematizar lo real.

d) Los límites del Methodus $\equiv$ Mathesis son aquellos de la mente humana y no conciernen a la universalidad del método mismo.

e) Sólo una concepción de lo real, matemático per se, puede constituir el núcleo de la Mathesis Universalis. Perini vincula esta idea a la tradición neo-platónica.

B) "...entiendo por método reglas ciertas y fáciles, mediante las cuales el que las observe exactamente no tomará nunca falso por verdadero..." (trad. Navarro Cordón). Algo decepciona en esta definición: diríase no dice nada. Los epítetos —ciertas, fáciles— a estas alturas del texto tienen un resabio consabido. Intentemos precisar nuestra decepción. Más adelante, Descartes apunta, de modo oblicuo, a su fuente: el método nada dice de su fundamento, esas dos operaciones esenciales, intuición-mirada y deducción. Así su fundamento escapa al propio método. Nuestra decepción nace de este silencio. Pero, un método que considerase al fundamento en tanto parte y propósito de sí ¿no sería acaso un metamétodo? La decepción, pienso, se origina en tal desdoblamiento de nuestra atención: le exige al método ser metamétodo, el cual, al no serlo rehuye en apariencia su propio sentido. Atiéndase a la continuación del mismo pasaje: "...y no empleando inútilmente ningún esfuerzo de la mente, sino aumentando siempre gradualmente su ciencia, llegará al conocimiento verdadero de *todo aquello de que es capaz*" (misma trad.).

He subrayado la frase final pues sustenta, creo, lo expresado en el punto d) de mi lectura del trabajo de Perini.

Por mi parte, creo, la cuestión candente: ¿Puede, hoy por hoy, pensarse que lo real sea de por sí matemático? sigue abierta. Acaso sólo venga al caso volver, cada vez, a contemplarla bajo una nueva luz: atenuar o acentuar tal o cual matiz.

V
Radix cúbica binomiorum

En dos páginas póstumas (A-T, tX, pp. 302-304) Descartes condensa un algoritmo para extraer la raíz cúbica de $a+\sqrt{b}$. Se trata de escuetas indicaciones operatorias: casos posibles, dos ejemplos, seguidos de un enunciado general. Sin pruebas ni comentarios. Este fragmento parece haber sido escrito a fines de 1639, época de la controversia entre Stampioen y Waessenaer quien actuaba por cuenta de Descartes en el debate centrado, justamente, en este problema. (Cabe, en este punto, una disgresión: curiosa esta suerte de inmortalidad de figuras cuyo espesor propio casi no existe ni viene al caso considerar; prestan un momento su nombre a una voz mayor retraída en la sombra. Figurantes de paso por la historia, meros muñecos de ventrílucuo. Quién sabe. Tal vez la extraña, frecuente y fugaz presencia de tales portavoces a lo largo de los siglos merezca un estudio más ceñido. Pienso en Clarke, por epístola interpuesta, digamos, terciando entre Newton y Leibniz).

En el trabajo cartesiano acerca de la raíz cúbica se vislumbra la espiral de su pensamiento, el juego, la especie de "Pas de deux" espiritual de su solución. En breve: el artificio dentro del artificio. Para mostrarlo, cierta minucia es necesaria: trataré, en detalle, uno de los ejemplos del fragmento y a partir de él intentaré hacer ver el modus operandi subyacente. A la izquierda de la página transcribo el texto, a la derecha adjunto paráfrasis y comentario. (He modificado levemente la notación).

Pari modo, si velim invenire radicem cubicam $10+\sqrt{98}$ habeo $x^3=6X+40$ cujus radix est 4

ejusque triplo, quod est duodecim addito 20, provenit 32 cujus radix cubica est $\sqrt[3]{32}$ ejusque dimidium est $\sqrt[3]{4}$ pro primo termino.

Giro cartesiano: para encontrar la raíz cúbica de $10+\sqrt{98}$ debe resolverse la ecuación de tercer grado $X^3-6X-40=0$.

A primera vista, una especie de círculo conceptual: la solución presenta una complejidad comparable a la del problema. Más adelante responderemos a dos preguntas acerca de la ecuación:

1. ¿Cómo se origina?
2. ¿Cómo se resuelve?

La raíz cúbica cuya construcción expone Descartes consta de dos términos, el primero de los cuales se obtiene del siguiente modo:

$3X+20=3\cdot 4+20=32$

cuya raíz cúbica en $\sqrt[3]{4\cdot 8} = 2\sqrt[3]{4}$

dividiéndola por 2 se obtiene este primer término: $\sqrt[3]{4}$.

Postea, 4 ablato a 10, restat 6, quem divido per $3\sqrt[3]{4}$; provenit $\sqrt[3]{2}$ cujus radix quadrata est $\sqrt[2]{\sqrt[3]{4}}$, pro secundo termino.

En cuanto al segundo:

$a-X = 10 - 4 = 6$, dividiendo 6 por $3\sqrt[3]{4}$:

$$\frac{6}{3\sqrt[3]{4}} = \frac{3\cdot 2}{3\sqrt[3]{4}} = \frac{2}{\sqrt[3]{4}} = \sqrt[3]{\frac{8}{4}} = \sqrt[3]{2}.$$

el segundo término es:

$$\sqrt[2]{\sqrt[3]{2}}$$

Es decir:

$$(10 + \sqrt{98})^{1/3} = \sqrt[3]{4} + \sqrt[2]{\sqrt[3]{2}}$$

nótese que Descartes expone, *verbalmente*, las siguientes identidades:

$$\text{Primer Término} \equiv \frac{1}{2}(3X + 2a)^{1/3}$$

$$\text{Segundo Término} \equiv \sqrt[2]{\frac{a - x}{\frac{3}{2}(3x+2a)^{1/3}}}$$

Ad extrahendam radicem cubicam binomij $a+\sqrt{b}$ quaero radicem hujus aequationis

$X^3=3a^2 X+2a^3 - 3bX-2ab$
quando a^2 major est b

Volvamos a las preguntas:

1. *La Ecuación*

en este caso $a=10$, $b=98$
$\therefore X^3 = 3X(a^2-b)+2a(a^2-b)$
$X^3 = 3X(100-98)+20(100-98)$
esto es:
$X^3 = 6X+40$

2. *La Solución*

Descartes dice, sin más, que la solución es 4. Da por sentado que el método italiano para resolverla es conocido. De hecho la correspondencia entre Tartaglia y Cardano al respecto es de 1540; un siglo había transcurrido desde entonces.

Hace 20 años la biblioteca municipal de Toulouse adquirió un manuscrito titulado "Invention de la racine cubique des nombre binômes". Pierre Costabel publicó y estudió el documento (Descartes et la racine cubique des nombre binômes", Revue d'Histoire des Sciences, Paris, 1969, pp. 97-116). La diferencia de tono y alcance entre el comienzo y el final le pareció enigmática. En el análisis dedicado a esclarecer esta discordancia cita una carta en la cual Descartes, aludiendo al tema, escribe a Mersenne: "En cuanto a las reglas para extraer la raíz cúbica de los binomios, es cierto que la primera es muy falsa e impertinente, pero en lo que concierne a la última, no temo deciros que yo mismo la he hecho..." de modo que pueda concluirse: sólo el final (líneas 93 a 136 del manuscrito) es de Descartes. (El inicio —líneas 1 a 92— pertenece a Waessenaer).

Quisiera detenerme en algunos pasajes de este texto pues, parece, iluminan una de las claves del *procedimiento* cartesiano. A la izquierda de la página se encuentra, esta vez, una versión del texto francés y a la derecha una ilustración de su sentido mediante el caso ya considerado:

a) Basta hablar aquí de los binomios una de cuyas partes es un número racional y la otra la raíz de un número racional.

$10+\sqrt{98}$ satisface estas condiciones.

b) Teniendo pues tal binomio, hay que extraer la raíz de la diferencia entre los cuadrados de sus partes, si ésta es racional, o si no lo es, hay que multiplicar el binomio por esta diferencia si se busca la V3.

La raíz de la diferencia de los cuadrados de sus partes es:

$$\sqrt{10^2-98} = \sqrt{2}$$

$\sqrt{2}$ no es racional; hay que multiplicarla por el binomio si se busca la raíz cúbica (Descartes denota por V3 la raíz cúbica etc.). Luego

$$\sqrt{2}\,(10+\sqrt{98}) = 10\sqrt{2} + \sqrt{196}$$

c) Y se tendrá entonces un binomio del cual la diferencia entre los cuadrados de sus partes será racional;

Esto es:

$(10\sqrt{2})^2 - (\sqrt{196})^2 = 200-196=4$

d) ... la demostración de todo esto es bien clara pues la raíz de la diferencia entre los cuadrados de las partes del binomio dado es siempre la diferencia de los cuadrados de las partes de la raíz.

Sabemos que la raíz cúbica de $10+\sqrt{98}$ es $\sqrt[3]{4} + \sqrt[2]{\sqrt[3]{2}}$

Entonces:

(i) la diferencia de los cuadrados de las partes de la raíz es:

$$\left[\sqrt[3]{4}\right]^2 - \left[\sqrt[2]{\sqrt[3]{2}}\right]^2 = 4^{2/3} - 2^{1/3}$$

$$= 2^{4/3} - 2^{1/3} = 2^{1/3}$$

(ii) La raíz cúbica de la diferencia entre los cuadrados de las partes del binomio es:

$$(10^2 - 98)^{1/3} = 2^{1/3}$$

La frase que precede a (d) en el manuscrito trae consigo aquel *estilo*, propio tal vez de toda una época —siglo XVII—, a veces omitido al tratarse de y a Descartes: "Mais j'ai un peu deguisé cette preuve... pour y faire paraître plus d'artifice". Disfraz y Artificio: ¿será posible, hoy, contemplar al autor del Discurso del Método en toda su complejidad?

No he transcrito la continuación del párrafo (b). La he reservado para situar su sentido en el horizonte de la Mathesis Universalis; hemos visto que para extraer la raíz cúbica Descartes propone el producto $(a^2-b)(a+\sqrt{b})$. Acto seguido, llevado diríase por un instinto de generalización, añade el procedimiento para extraer raíces de índice impar 5,7, 9, ... "ā l'infini". He aquí el método:

raíz 3ª	$(a^2-b)(a+\sqrt{b}) = A + \sqrt{B} \rightarrow (A^2-B)^{1/3} = a^2-b$
5ª	$(a^2-b)^2(a+\sqrt{b}) = C + \sqrt{D} \rightarrow (C^2-D)^{1/5} = a^2-b$
7ª	$(a^2-b)^3(a+\sqrt{b}) = E + \sqrt{F} \rightarrow (E^2-F)^{1/7} = a^2-b$
9ª	$(a^2-b)^4(a+\sqrt{b}) = G + \sqrt{H} \rightarrow (G^2-H)^{1/9} = a^2-b$

Considérase, de nuevo, la raíz cúbica:

$$(a^2-b)\ (a+\sqrt{b}) = a^3 - ab + a^2\sqrt{b} - b\sqrt{b} \equiv A + \sqrt{B}$$

donde $A = a^3 - ab$

$$\sqrt{B} = a^2\sqrt{b} - b\sqrt{b}$$
$$\therefore A^2 - B = (a^6-2a^4b+a^2b^2) - (a^4b-2a^2b^2+b^3)$$
$$A^2 - B = a^6-3a^4b+3a^2b^2-b^3) = (a^2-b)^3$$
$$\therefore (A^2-B)^{1/3} = a^2-b$$

Dejo y aconsejo al lector el gusto de tratar uno de los casos siguientes:

En las últimas líneas del manuscrito de Toulouse (129-136), Descartes resuelve, mediante la regla de Cardano, la ecuación $X^3=6X+40$, la cual aparece, como ya se ha visto, en el fragmento recogido en el tomo X de A-T. La ecuación fue propuesta por un cierto Mr. Dounot.

Me he detenido en detalles. Pienso que mostrar el artificio es entrar en él, seguir el juego de avance y retroceso, de reciprocidades entre semejanza y diferencia. El algoritmo cartesiano para extraer la raíz cúbica de $a+\sqrt{b}$ incorpora la solución italiana de la ecuación de tercer grado y así comparece, en virtud de ella, a modo de dibujo delicado, de voluta, donde pensar y hacer coinciden. Tal sea acaso el nervio mismo de Descartes, la intimidad en la cual se recoge y despliega, al unísono, la posibilidad de su pensamiento.

VI

La costumbre de concluir conduce a un epílogo. A sabiendas quisiera convenir en ello y a la vez mostrar su vacuidad: rara vez un trabajo se cierra desde dentro. Cabos sueltos, ramificaciones parecen y aparecen en plena lucidez. En consecuencia, siguiendo una senda diversa, consideraré ciertos versos compuestos por Descartes para celebrar el día del nacimiento de la reina Cristina en diciembre de 1649. (El texto fue encontrado y publicado por Johan Nordström en La Révue de Genève Nº 1, julio de 1920, pp. 161-185; recogido en A-T t v, pp. 616-627). Algunos de ellos poseen un eco profundo, nada —o casi—, sugiere a su través laboriosa construcción de cortesano. Así, me detendré un poco al acaso, en:

"Toy de qui les maquerelages
Ont escroqué maints pucelages"

casi dístico, directo al modo de villon. (Debo añadir para evitar equívocos: no aluden —estos versos— a la reina).

O bien, pensando en una palabra:

"De poudres, de chevaux et d'armes
Et des gens qui vont aux alarmes"

Me refiero a "alarmes" cuya posición propicia a la rima permanece a lo largo de la poesía francesa, de Racine a Baudelaire *et al.*
Para salir del juego mediante:

"Moy qui suis fille de la nuit

Il ne me faut qu' une chimère,
Un songe, ou une ombre legère"

Reverencia y saludo a la gracia de Mr. Du Perron, inesperado, poco antes de morir.